

31. Dva uglove φ i ψ . Naći stranice paralelograma.

C

32. Stranice trougla su dužine 4, 5 i 6. Naći projekcije stranica dužine 4 i 5 na treću stranicu.

33. U $\triangle ABC$ data je stranica c i uglovi α i β . Naći visinu h_c .

34. Dokazati: Ako je u trouglu $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{b}{a+c}$, tada je taj trougao pravougli.

35. Dokazati da u svakom $\triangle ABC$ važi: $a^2 = (b+c)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + (b-c)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

36. Dokazati da u svakom $\triangle ABC$ važi: a) $(b-c) \cos \frac{\alpha}{2} = a \sin \frac{\beta-\gamma}{2}$,

b) $(b+c) \sin \frac{\alpha}{2} = a \cos \frac{\beta-\gamma}{2}$.

37. Dokazati tangensnu teoremu: U svakom $\triangle ABC$ važi da je $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha+\beta}{2}}$.

D

38. Koristeći sinusnu teoremu dokazati kosinusnu teoremu.

39. Dokazati da za stranice i uglove $\triangle ABC$ važi jednakost $\frac{\cos \beta}{\cos \gamma} = \frac{c - b \cos \alpha}{b - c \cos \alpha}$.

40. U $\triangle ABC$ su poznate stranice a , b i c . Naći dužine bisektrise unutrašnjih uglova trougla.

41. U $\triangle ABC$ date su stranice a i b i ugao između njih 120° . Naći dužinu bisektrise ugla γ .

42. Date su stranice a i b $\triangle ABC$. Naći treću stranicu ako je poznato da je ugao naspram nje dva puta veći od ugla naspram stranice b .

7. Trigonometrijske jednačine

A

1. Riješiti jednačine: a) $\sin^2 x = \frac{1}{2}$, b) $2 \sin^2 x + \sin x = 0$, c) $\cos^2 x = \frac{3}{4}$,

d) $2 \cos^2 x - \cos x = 0$.

2. Riješiti jednačine: a) $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$, b) $2\cos^2 x + 3\cos x - 6 = 0$.

3. Riješiti jednačine: a) $\operatorname{tg}^2 x = 3$, b) $3\operatorname{tg}^2 x + \sqrt{3}\operatorname{tg} x = 0$, c) $\operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{3}$,
d) $\operatorname{ctg}^2 x - 2\operatorname{ctg} x = 0$

4. Riješiti jednačine: a) $\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 4 = 0$, b) $\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$,
c) $6\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{ctg} x - 1 = 0$.

5. Riješiti jednačine: a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$, b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$, c) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$,

d) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$.

6. Riješiti jednačine:

a) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = 1$, b) $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) = -1$, c) $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$,

d) $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

7. Riješiti jednačine: a) $\sin x - 2\cos x = 0$, b) $6\sin x + \cos x = 0$.

B

8. Riješiti jednačine: a) $\sin x + \frac{4}{\sin x} + 5 = 0$, b) $3\cos x + \frac{1}{\cos x} + 4 = 0$,
c) $\operatorname{tg} x - \frac{2}{\operatorname{tg} x} + 1 = 0$.

9. Riješiti jednačine: a) $\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 2\sqrt{3}$, b) $\sqrt{3}(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x) = 2$.

10. Riješiti jednačine: a) $2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$, b) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$.

11. Riješiti jednačine: a) $\sin 2x \cos 3x + \cos 2x \sin 3x - 1 = 0$,
b) $\sin x \cos 5x - \cos x \sin 5x + 1 = 0$.

12. Riješiti jednačine: a) $\cos x \cos 3x + \sin x \sin 3x + \frac{1}{2} = 0$,

b) $\cos \frac{x}{2} \cos 2x - \sin \frac{x}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

13. Riješiti jednačine: a) $\frac{\operatorname{tg} 2007x - \operatorname{tg} 2006x}{1 + \operatorname{tg} 2007x \cdot \operatorname{tg} 2006x} = -1$, b) $\frac{\operatorname{ctg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 3x - 1}{\operatorname{ctg} 2x + \operatorname{ctg} 3x} = -\sqrt{3}$.

14. Riješiti jednačine: a) $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = -\frac{1}{2}$, b) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$,
c) $\sin x + \cos x = -1$.

15. Riješiti jednačine: a) $3 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$,
b) $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$.

16. Riješiti jednačine: a) $3 + \sin 2x - 4 \sin^2 x = 0$, b) $1 - 2 \sin 2x + 2 \cos^2 x = 0$,
c) $\cos 2x + 3 \sin 2x = 3$.

17. Riješiti jednačine:

a) $\cos 2x + 6 \cos x - 7 = 0$, b) $3 \cos 2x + 10 \sin x + 1 = 0$,
c) $2 \cos 2x + 2 \cos x = \sin^2 x$.

18. Riješiti jednačine: a) $16 \sin^4 x - \cos^2 x = \sin^2 x$, b) $2 \cos^4 x + 3 \cos^2 x - 2 = 0$.

19. Riješiti jednačine: a) $\cos 4x + 6 \sin^2 x = 1$, b) $\cos 4x + 6 \cos^2 x = 1$.

20. Riješiti jednačine: a) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$, b) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$,
c) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$.

21. Riješiti jednačine: a) $4 \sin \frac{x}{2} + 3 \cos \frac{x}{2} = 2$, b) $8 \sin 3x - 15 \cos 3x = 1$.

22. Riješiti jednačine: a) $\sin x \sin 5x = 1$, b) $\sin x \cos 4x = -1$, c) $\cos x \sin 5x = -1$.

23. Riješiti jednačine: a) $\cos x \cos 3x \cos 5x = -1$, b) $\sin x \sin 3x \sin 7x = 1$.

24. Riješiti jednačine: a) $\sqrt{\cos 2x} = \sin x$, b) $\sqrt{1 - \sin x} = 2 \cos x$,
c) $|\sin x| = \sin x + 2 \cos x$.

25. Riješiti jednačine: a) $\sqrt{\cos x + \cos 3x} = -\sqrt{2} \cos x$, b) $4|\cos x| + 3 = 4 \sin^2 x$.

26. Riješiti jednačine:

a) $2^{\cos x} + 5 \cdot 2^{-\cos x} = 2\sqrt{6}$, b) $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$, c) $9^{\sin x} + 3 \cdot 9^{2-\sin x} = 84$,

d) $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30$, e) $4^{\sin x} + 2^{5-2 \sin x} = 18$, f) $2^{\cos 2x} = 3 \cdot 2^{\cos^2 x} - 4$.

27. Riješiti jednačine:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 2x} - \frac{1}{4^{\sin^2 x}} = \frac{1}{2}$, b) $7^{1+\cos 2x} + 49^{(\sin x+1)^2-2 \sin x} = 14 \cdot 5^{\log_{\cos x} \cos^2 x}$,

c) $2^{\sin^2 x} + 4 \cdot 2^{\cos^2 x} = 6$, d) $4^{3+2 \cos 2x} - 7 \cdot 4^{1+\cos 2x} = 2$,

e) $5 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{\sin^2 x} + 4 \cdot 5^{\cos 2x} = 25^{\frac{1}{2} \sin 2x}$.